

# FRANCISCO ALCALA AGUILO CONSTANTINO MARTINEZ GALLUR

## Barreras de entrada, concurrencia y precios de equilibrio en un modelo de análisis general\*.

---

El presente trabajo pretende sugerir un modelo de determinación de los precios de equilibrio en un marco particular de concurrencia de capitales del cual no se deduce la uniformidad de los tipos de beneficio.

En la primer parte se cuestiona la igualación a largo plazo de los tipos de beneficio en una economía que presenta indivisibilidades tecnológicas, acceso limitado al crédito y unidades capitalistas de muy diverso tamaño. En la segunda se construirá un modelo formal tipo Sraffa-Leontief donde la "cuantía" de las barreras de entrada, los diferentes tipos de beneficio y los precios relativos son las variables endógenas determinadas simultáneamente. Para conseguir este objetivo se propone un tratamiento específico de los stocks de capital fijo necesarios para la producción en cada industria, que quedan definidos por las indivisibilidades en la producción y comercialización del bien correspondiente. Dichas indivisibilidades suministran la clave para la cuantificación y endogeneización de las barreras de entrada de las cuales dependen los diferentes tipos de beneficio.

### I

La problemática del acceso a las diferentes industrias y, por tanto, de la efectividad de los mecanismos de igualación de las tasas de beneficios, ha sido desarrollado bajo el título de las "condiciones de entrada" y las "barreras" a la misma. Examinemos brevemente cuáles han sido estas barreras, con el objetivo de precisar aquéllas que pudieran seguir

\* Este trabajo se ha beneficiado de críticas y sugerencias aportadas por los profesores de los Departamentos de Teoría Económica de las Universidades de Valencia y Alicante. En cualquier caso los errores y omisiones que aún permanezcan son responsabilidad exclusiva de los autores.

constituyendo a largo plazo un obstáculo a la concurrencia general de todos los capitales, imposibilitando por tanto la igualación de sus tipos de beneficio. Desde un principio, y por razones obvias, dejamos al margen cualquier tipo de barrera o monopolio legal.

Siguiendo la obra clásica de Bain (1956), nos encontramos con una lista de posibles barreras a la entrada de nuevas empresas que, aunque no es exhaustiva, si recoge las modalidades más relevantes de las mismas. Estas están divididas en tres grupos: a) Las derivas de ventajas absolutas en los costes por parte de las ya establecidas; b) Las derivadas de la diferenciación del producto; y c) Derivadas de las economías de escala.

Las ventajas absolutas en los costos pueden estar ligadas a patentes o secreto sobre el método de producción óptimo, o a control o acceso a menor precio respecto a algún o algunos de los inputs. Al ubicarnos fuera del corto plazo, consideraremos que todo el libro de técnicas de la economía esté suficientemente difundido y accesible para todas las empresas, y que existe suficiente transparencia en los mercados de inputs y de factores. Por tanto suponemos que a largo plazo cualquier empresa puede disponer de la estructura de costos óptima siempre y cuando se disponga de la capacidad financiera necesaria para acometer las inversiones necesarias.

En ciertas industrias puede darse la existencia de productos sujetos a diferenciación por marcas, con diseños y redes de distribución particulares. El método de producción del bien correspondiente a una industria de estas características incluirá además de inputs necesarios para su fabricación material, aquellos otros inputs con los que se obtiene su imagen exterior, como por ejemplo publicidad. En particular, el capital fijo necesario para producir en estas industrias incluye un cierto volumen de inversiones iniciales en la campaña de introducción del producto en el mercado, los gastos de investigación y diseño y, en su caso, la creación de una red de comercialización y servicios. La barrera de entrada que aparece en estas industrias con diferenciación del producto puede ser evaluada entonces con arreglo al volumen de capital financiero necesario para afrontar este tipo de inversiones.

Por último las economías de escala, cualquiera que sea su origen (reales, pecuniarias, en publicidad y otros gastos de ventas, en investigación y desarrollo, etc.), se traducen en la necesidad de alcanzar elevados volúmenes de output y de inversión para superar todas las indivisibilidades y situarse en un punto de óptima eficiencia. Las barreras de entrada que surgiría de esta circunstancia a partir de una curva de demanda estática, no son susceptibles de consideración en el presente análisis de largo plazo. Supondremos entonces que a largo plazo la demanda no impone una restricción "ex ante" al número de empresas de la industria. En

consecuencia las economías de escala operarán con barreras de entrada, únicamente, al imponer un volumen mínimo de inversiones. Dicho volumen mínimo es aquel que permite establecer una empresa de dimensiones óptimas.

En base a la argumentación precedente parece posible resumir el conjunto de barreras de entrada que persisten a largo plazo como una barrera general de tipo financiero. Para cada industria, las condiciones particulares de diferenciación del producto, economías de escala y cualquier otro tipo de indivisibilidades tecnológicas, determinan un volumen mínimo de capital del cual es necesario disponer para entrar en cada una de ellas.

Estos requerimientos mínimos de capital para acceder a cada industria operarán efectivamente como barrera de entrada bajo los siguientes supuestos institucionales que mantendremos en nuestro modelo:

- i) Los capitales de la economía presentan una amplia dispersión por tamaños que no desaparece a largo plazo.
- ii) La capacidad de endeudamiento de los agentes económicos es limitada. Puede suponerse que la cantidad que el sistema financiero está dispuesto a prestar a cada uno de ellos es función del capital propio. Superando el ratio de endeudamiento considerado “normal” por el sistema financiero, se incurre en costes superiores al tipo de interés general; ya sean debidos a la emisión de bonos por bajo de la par, plazos de vencimiento más cortos, búsqueda de nuevos avales o directamente por el pago de extratipos. Del mismo modo, la emisión de nuevas acciones está limitada por la posible caída en la cotización de las acciones preexistentes y el riesgo de pérdida de control por parte de los antiguos propietarios.<sup>1</sup> Denotaremos por  $c$  este ratio “normal de capital ajeno a capital propio. El coste de endeudamiento mientras no se supere dicho ratio, será el tipo de interés general. Supondremos que por encima del ratio  $c$ , las nuevas dosis de capital ajeno están sujetas a un coste marginal creciente.

Estas características institucionales determinan una forma particular en la que operará la concurrencia. Puesto que cada unidad de capital se encuentra con restricciones para tomar prestado o emitir nuevas acciones en cantidad ilimitada, no le será posible acceder a cualquier industria.

En estas condiciones, las unidades de capital con recursos financie-

1. Véase el “principio del riesgo creciente” en KALECKI, M. (1956) cap. 8.

ros de similar tamaño concurren, potencial o efectivamente, en un mismo conjunto de industrias; esto es, en aquellas cuya barrera de entrada financiera no supera el tamaño considerado. Los tipos de beneficio de estos capitales tienden por tanto a igualarse, al igual que los tipos de beneficio de las industrias correspondientes. Por el contrario, dos capitales de distinto tamaño, en la medida en que el superior se sitúe en aquellas industrias cuyos requerimientos de capital son inalcanzables para el inferior, no están sujetos a concurrencia mutua. Los grandes capitales buscarán pues aquellas industrias cuyos requerimientos de capital son los máximos alcanzables por ellos, aislándose así de la concurrencia de los inferiores. De esta forma, los tipos de beneficio correspondientes a capitales de distinto tamaño pueden diferir, siendo mayor el de los capitales superiores. Esta situación puede ser definida como de "concurrencia segmentada" puesto que los capitales pequeños no pueden concurrir en industrias con barreras financieras superiores.

Podemos resumir nuestra argumentación como sigue: a) Los métodos de producción (que incluye la creación de un producto diferenciado y su comercialización) óptimos de cada industria, presentan una serie de indivisibilidades que determinan una inversión *mínima*, para poder entrar en cada una de ellas. Esta puede considerarse como la barrera de entrada general que resume todas las demás que permanecen a largo plazo. b) Los capitales de una economía están distribuidos por diferentes tamaños y tienen posibilidades limitadas de aumentarlos a partir de los mercados financieros. c) En consecuencia, no es posible la concurrencia generalizada entre todos los capitales y en todas las industrias, ni efectiva ni potencialmente y, por tanto, es posible la diferenciación estable de los tipos de beneficio. En particular, conforme se incrementan los requerimientos mínimos de capital de cada industria, los tipos de beneficio respectivos que en ellas se obtienen podrán aumentar.

## II

Consideremos una economía donde se producen  $n$  tipos de bienes. La producción de estos bienes se lleva a cabo mediante la utilización de trabajo, inputs intermedios e inputs fijos. Estos últimos no se consumen totalmente durante la producción aunque están sujetos a un desgaste proporcional al volumen de output. Dadas las indivisibilidades tecnológicas, cada método de producción está asociado a un volumen mínimo de output a partir del cual se producen rendimientos constantes a escala.

El stock de inputs fijos que requiere cada proceso de producción es una colección de bienes que incluye elementos tan dispares como los

gastos generales de constitución de la empresa, la construcción de la planta industrial, la compra e instalación de la maquinaria, la campaña publicitaria inicial de introducción del producto en el mercado, los gastos de diseño del mismo, etc. Consideraremos cada una de estas n colecciones de bienes como una mercancía compuesta que denominaremos “bien de capital fijo” correspondiente a un determinado método de producción. Tendremos pues junto a los n bienes iniciales, otros n “bienes de capital fijo” que se corresponderán biunívocamente con los anteriores a través del método de producción de los primeros.

La definición de los n tipos de “bien de capital fijo” como algo diferente de la pura agregación de sus elementos componentes, tiene como objetivo resaltar e incorporar una serie de características de las tecnologías modernas que basan nuestro análisis de las barreras de entrada.

La primera es la irreversibilidad y no maleabilidad del “bien de capital fijo”. Una vez reunidos los distintos elementos que forman el “bien de capital fijo”, éste constituye una unidad capaz de producir un determinado bien que no puede ser descompuesta nuevamente en sus partes, ni trasladada a la producción de otras industrias.

En segundo lugar, las indivisibilidades de cada método de producción se reflejan en la indivisibilidad del “bien de capital fijo” correspondiente, tomando como unidad física del mismo aquella cantidad necesaria para producir el nivel de output mínimo óptimo del método de producción en cuestión.

Por último, el proceso de reunión de todos los elementos que componen cada “bien de capital fijo” no es instantáneo sino que se prolonga durante un cierto período de tiempo, diferente según la industria de la que se trate. Dicho proceso se corresponde con el período de inversiones que verifica una empresa desde que se constituye hasta que ha instalado su correspondiente planta y creado su marca diferenciada, es decir, hasta que todos los elementos de capital fijo se encuentran convenientemente incorporados y es posible iniciar la producción y venta de un determinado bien. Este proceso inversor que identificamos como el de “producción” del “bien de capital fijo”, varía de una industria a otra no sólo en los componentes que lo integran sino en el período de tiempo que es necesario para llevarlo a cabo.

Definiendo el “bien de capital fijo” que se utiliza en cada industria no como una mera colección de bienes que se agregan coyunturalmente y sin requerir tiempo para ello, sino como un bien compuesto pero irreversible y sujeto a un período de producción, es posible tener en cuenta las circunstancias apuntadas.

Para distinguir los n bienes considerados inicialmente, de este segundo conjunto de bienes, denominaremos a los primeros “bienes de consumo y/o intermedios”.

Las anteriores proposiciones junto con los supuestos adicionales que se utilizan en el modelo quedan especificados de la siguiente manera:

- iii)  $n$  bienes de consumo y/o intermedios perfectamente divisibles y  $n$  bienes de capital fijo indivisibles.
- iv)  $2n$  métodos de producción simple correspondientes a los  $2n$  bienes de la economía. Cada uno de estos  $2n$  métodos de producción es sólo operativo para un volumen mínimo de output  $v_j$ ,  $j = 1, \dots, 2n$ . Superando el output mínimo, prevalecen rendimientos constantes a escala.  
Los períodos de producción de los distintos bienes no se suponen idénticos, pero sí que se han "standarizado" tomando como período base el máximo común divisor de todos ellos y subdividiendo la producción de cada bien en distintas fases de duración igual a la del período base. Cada una de estas fases produce un bien intermedio ficticio que es input de la siguiente, interesándonos sólo el bien obtenido en la última fase.<sup>2</sup>
- v) En la producción de cada uno de los bienes de consumo y/o intermedios y trabajo, el bien de capital fijo asociado biunívocamente con el método de producción del bien. Los métodos de producción de los bienes de capital fijo no utilizarán, por el contrario, bienes de capital fijo.<sup>3</sup>

Utilizando las  $n$  primeras columnas de las matrices de coeficientes técnicos para especificar los métodos de producción de los bienes de consumo y/o intermedios y las  $n$  segundas para los de los bienes de capital fijo:

$A^I = \left\{ a_{ij}^I \right\}$  será la matriz  $2n \times 2n$  de inputs intermedios donde  $a_{ij}^I$  representa la cantidad del bien intermedio  $i$  necesaria para producir una unidad del bien  $j$ .

$i > n \Rightarrow a_{ij}^I = 0$ , puesto que las filas cuyo subíndice es mayor que  $n$  corresponden a los inputs de capital fijo y no a los intermedios que son los que definimos en esta matriz.

2. Véase MORISHIMA (1969), cap. 6.

3. Recuérdese que la "producción" de cada bien de capital fijo consiste únicamente en el proceso de reunión de los distintos elementos que componen el inmovilizado necesario para producir en una determinada industria. Proceso éste equivalente al de realización de las inversiones para crear una nueva empresa en dicha industria y para el cual es plausible suponer la no utilización de un capital fijo previo.

$V$  será la matriz diagonal  $2n \times 2n$  de los  $v_i, i = 1, \dots, 2n$ . Es decir, la matriz de los niveles de output mínimos a los que debe operar cada empresa de determinada industria para alcanzar el método de producción correspondiente.

$A^I$   $V$  define los inputs intermedios necesarios para producir el output mínimo óptimo en cada industria.

$A^F = \{a_{ij}^F\}$  será la matriz  $2n \times 2n$  de stocks de bienes de capital fijo, donde  $a_{ij}^F$  representa la cantidad del bien de capital  $i$  necesaria para producir  $v_j$  unidades del bien  $j$ .

$$a_{ij}^F = \begin{cases} 1 & \text{si } i = n + j \quad j = 1, \dots, n \\ 0 & \text{para todos los demás.} \end{cases}$$

La industria  $n+j$  produce pues el bien de capital utilizado en el proceso  $j$ . Siendo  $I$  la matriz identidad y  $O$  una matriz donde todos sus elementos son cero,  $A^F$  será la forma:

$$A^F = \left[ \begin{array}{c|c} O_{n \times n} & O_{n \times n} \\ \hline I_{n \times n} & O_{n \times n} \end{array} \right]$$

vi) Los bienes de capital fijo están sujetos a un desgaste proporcional al número de unidades producidas por los mismos. Este desgaste es subsanado mediante los inputs de mantenimiento.

$A^M = \{a_{ij}^M\}$ , será la matriz  $2n \times 2n$  de inputs intermedios de mantenimiento, donde  $a_{ij}^M$  es la cantidad del bien necesaria para mantener en perfecto estado el bien de capital fijo cuando se produce una unidad del bien  $j$ . Al igual que en  $A^I$ , en esta matriz  $i > n \Rightarrow a_{ij}^I = 0$ .

vii) Todos los métodos de producción utilizan trabajo homogéneo.

$1 = \{1_j\}$  es el vector  $2n \times 1$  de coeficientes técnicos unitarios de utilización de trabajo en cada industria.

viii) Con el fin de centrarnos en la distribución intercapitalista supondremos un salario real pagado "ex ante", dado exógenamente y especificado en términos de la cesta de bienes que los trabajadores obtienen por el mismo.

$b$  es el vector  $2n \times 1$  que especifica esta cesta.

$j > n \Rightarrow b_j = 0$ ; puesto que los trabajadores no consumen bienes de capital fijo.

$Q = A^I + A^M + b1'$  especifica el flujo de todos los inputs intermedios incluyendo los inputs de mantenimiento y los salariales, necesarios para producir una unidad en cada industria.  $i > n \Rightarrow q_{ij} = 0$ .

$Q$  es por tanto de la forma:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{1n \times n} & | & Q_{2n \times n} \\ \hline 0_{n \times n} & | & 0_{n \times n} \end{bmatrix}$$

Así pues, para producir el output mínimo,  $v_i$ , de cada método de producción, se requerirán unos flujos iguales a  $Q\hat{V}$  y unos stocks  $Q\hat{V} + A^F$ .

ix) La submatriz  $Q_1$  es indescomponible y tiene raíz de Frobenius menor que la unidad. Es decir, nos ceñiremos a una economía cuya técnica es productiva y cuyos bienes de consumo y/o intermedios son todos básicos.

A estos supuestos hay que agregar los institucionales, i) y ii), especificados en la primera parte del trabajo.

Dada *exógenamente* una matriz diagonal,  $\hat{K}$ , de desviaciones de los tipos de beneficio respecto de un tipo base,  $r_0$ ,<sup>4</sup> y dado un numerario arbitrario, el siguiente sistema determina los precios de equilibrio,  $\bar{P}$ , y el tipo de beneficio base,  $r_0$ :

$$\bar{P}' = \bar{P}' Q + \bar{P}' (Q + A^F \hat{V}^{-1}) r_0 \hat{K} \quad (I)$$

4. Con especificaciones tecnológicas más simples, la introducción de una matriz de desviaciones de los tipos de beneficio dada exógenamente, para analizar la distribución intercapitalista, ha sido desarrollada entre otros por Zaghini, E. (1975), Grillo, M. (1976), Martínez, C. (1981) y (1982).



Denotando las columna  $i$ -ésimas de las matrices  $Q$ ,  $A^F$ , como  $Q^i$ ,  $A^{F,i}$ , respectivamente, (I) expresa que el precio de equilibrio de la industria  $i$ ,  $\bar{P}_i$ , es igual a la suma de los costes variables unitarios,  $\bar{P}' Q^i$ , más un margen de beneficio unitario,  $\bar{P}' (Q^i + A^{F,i} v_i) r_0 k_i$ . Este margen resulta de aplicar el tipo de beneficio correspondiente,  $r_0 k_i$ , sobre el valor del capital invertido por unidad de output,  $\bar{P} (Q^i + A^{F,i} v_i^{-1})$ , cuando éste coincide con el óptimo.

Endogeneizaremos  $\bar{K}$  haciendo los diferentes tipos de beneficios de las industrias, función de las respectivas barreras de entrada financieras.

La importancia de la barrera de entrada que exhibe cada industria viene cuantificada por la magnitud del capital financiero mínimo del que es necesario disponer para instalar en la misma una empresa óptima y dotarla del capital circulante adecuado. El coste de crear una empresa en la industria  $i$  viene dado por el valor del bien del capital fijo correspondiente:  $\bar{P}' A^{F,i}$

$$\bar{P}' A^{F,i} = \begin{cases} \bar{P}_{n+i} & \text{para } i = 1, \dots, n \\ 0 & \text{para } i = n+1, \dots, 2n \end{cases}$$

A su vez, el valor del capital circulante mínimo necesario para instalarse en la industria  $i$  es,  $\bar{P}' Q^i v_i$ .

La suma de ambos valores nos cuantifica la barrera de entrada a la industria correspondiente. Así pues,

$$r_0 k_i = r_i = \Psi [\bar{P} (A^{F,i} + Q^i v_i)] \quad (\text{II.a})$$

$$\Psi' > 0$$

$$i = 1, \dots, 2n$$

Es decir, el tipo de beneficio de una industria es función creciente del valor del capital mínimo necesario para acceder a la misma.

Cualquier tipo de relación entre tipos de beneficio y requerimientos mínimos de capital, especificada como una función continua y creciente, podría incorporarse en este modelo sin menoscabo para las demostraciones de existencia y estricta positividad de soluciones que luego se realicen. En este trabajo proseguiremos con la simplificación de que  $\Psi$  es una función potencial con parámetros positivos; lo que en términos económicos implica una elasticidad constante del tipo de benefi-

cio con respecto al requerimiento de capital. El sistema (II.a) queda ahora como:

$$r_0 k_i = r_i = \alpha [\bar{P} (A^{F,i} + Q^i v_i)]^\beta \quad (\text{II.b})$$

$$i = 1, \dots, 2n$$

$$\alpha > 0$$

$$\beta > 0$$

Dado  $\alpha$ ,  $\beta$  es el porcentaje en que aumenta la tasa de beneficios cuando el capital mínimo requerido es un uno por ciento superior. Es posible incorporar el caso de la uniformidad de tipos de beneficio permitiendo que  $\beta$  pueda valer cero.

$$\beta = 0 \Rightarrow r_i = \alpha \bar{V}_i$$

El nivel de tipos de beneficio depende del parámetro  $\alpha$ , equivalente al tipo de beneficio base  $r_0$ , mientras que la estructura relativa de los mismos depende de  $\beta$ . Bajo el sistema de relaciones propuesto, dado  $\beta$ ,  $\alpha$  depende de la tecnología y del salario real, determinándose endógenamente en el modelo. Por su parte  $\beta$ , que puede considerarse el parámetro que rige la distribución intercapitalista en la medida en que fija las relaciones de equilibrio entre los distintos tipos de beneficio a partir de las respectivas barreras de entrada, se supone dado exógenamente. Este parámetro dependerá positivamente de los costes marginales financieros resultantes de acudir al mercado de capitales superando el ratio normal de endeudamiento,  $c$ . Cuanto más rápido crezcan estos costes, mayor podrá ser el diferencial entre los tipos de beneficio de capitales de distinto tamaño sin que ello movilice la concurrencia de los capitales menores a través del sobreendeudamiento. La determinación endógena de  $\beta$  depende por tanto de cómo se formule, a partir del supuesto ii), un modelo concreto de funcionamiento de los mercados financieros.

En (II.b) vemos que los tipos de beneficios dependen de los precios de equilibrio del mismo modo que éstos lo hacen de aquéllos. Identificando los  $r_0 k_i$  del sistema (I) con los  $r_i$  de (II.b), obtenemos el siguiente sistema de  $4n$  ecuaciones simultáneas que determina los  $2n-1$  precios relativos,  $2n$  tipos de beneficio y  $\alpha$ :

$$\bar{P}_i = \bar{P} Q^i + \bar{P} (A^{F,i} v_i^{-1} + Q^i) r_i$$

$$r_i = \alpha [\bar{P}^i (A^{F,i} + Q^i v_i)]^\beta$$

$$i = 1, \dots, 2n$$

Este sistema especifica el modelo completo. Resolviendo para precios, sustituimos los  $r_i$  de las  $2n$  primeras ecuaciones por las  $2n$  segundas, obteniéndose:

$$\bar{P}^i = \bar{P}^i Q^i + \alpha [\bar{P}^i (A^{F,i} + Q^i v_i)]^{(1+\beta)} v_i^{-1}$$

$$i = 1, \dots, 2n$$

En forma matricial:<sup>5</sup>

$$\bar{P} = \bar{P} Q + \alpha [\bar{P} (A^F + Q \hat{V})]^{(1+\beta)} \hat{V}^{-1} \quad (\text{III})$$

Fijando un numerario arbitrario y para cualquier valor del parámetro  $\beta$ , este sistema determina los precios de equilibrio de las diferentes industrias, donde se obtienen distintos tipos de beneficio en función del nivel de las barreras de entrada respectivas.

## CONCLUSIONES

Las indivisibilidades de los procesos productivos que se plasman en diferentes capitales mínimos para introducirse en cada industria, junto con el acceso limitado a los mercados de capitales por parte de los agentes económicos, originan la aparición de barreras de entrada financieras. Estas barreras segmentan la concurrencia de capitales y permiten una diferenciación estable de los tipos de beneficio. En este trabajo se ha presentado un modelo de determinación de los precios de equilibrio que incorpora estas proposiciones.

El modelo se ubica en el camino de convergencia, sólo esbozado hasta ahora, entre los modelos lineales de precios de producción con di-

5. Para expresar este sistema en form matricial definimos la "Potencia Hadamard"  $n$ -ésima de un vector  $x$ , denotada  $x^{(n)}$ , como un nuevo vector cuyas coordenadas son las coordenadas del vector en cuestión elevadas a  $n$ .

$$y = x^{(n)} \Leftrightarrow y_i = x_i^n$$

ferentes tipos de beneficio y los modelos de competencia imperfecta construídos en el marco del equilibrio parcial. La interdependencia entre precios y beneficios de las diferentes industrias puede ser adecuadamente tratada en estos modelos de análisis general, por medio de la determinación simultánea de ambos conjuntos de variables, una vez endogeneizadas las barreras de entrada.

En el modelo se ha introducido y cuantificado las barreras de entrada mencionadas a partir de una particular especificación de la tecnología, donde el recurso de los "bienes de capital fijo" permite tratar adecuadamente el problema de la creación de una nueva empresa en una determinada industria.

Las barreras de entrada consideradas son tanto más operativas cuanto más difícil sea el acceso a los mercados financieros. En consecuencia, los tipos de beneficio de cada industria son determinados en función de las barreras de entrada ponderadas por un parámetro que depende de las condiciones institucionales de estos mercados. Los precios de equilibrio obtenidos a partir de estos tipos de beneficio pueden considerarse un sistema general de precios límite, puesto que son precios que maximizan beneficios sujetos a la restricción de que no movilicen la concurrencia de capitales de diferente tamaño.

#### APENDICE SOBRE EXISTENCIA Y ESTRICTA POSITIVIDAD DE SOLUCION AL MODELO

Sea  $S_{2n}$  el simplex standard  $2n$ -dimensional, es decir, el conjunto formado por todos los vectores no negativos de dimensión  $2n$  cuyas coordenadas sumen la unidad.

$$S_{2n} = \left\{ P' \in R^{2n}, + / P' \iota = 1 \right\}$$

donde  $\iota$  es el vector  $2n \times 1$  con todas sus coordenadas iguales a la unidad.

El supuesto ix) nos asegura que  $(I-Q)^{-1}$  existe. Por tanto, podemos escribir nuestro sistema de precios como:

$$P' = \alpha [ P' (A^F + Q \hat{V}) ]^{\beta+1} \hat{V}^{-1} (I - Q)^{-1}$$

Sea:

$$\alpha = \frac{1}{[P' (A^F + Q \hat{V})]^{(\beta+1)} \hat{V}^{-1} (I-Q)^{-1} \iota}$$

$\alpha$  es siempre un escalar positivo para cualquier valor de  $\beta$ .

Consideramos la función de  $P'$ ,  $\varphi(P')$ :

$$\varphi(P') = \frac{P' [(A^F + Q \hat{V})]^{(\beta+1)} \hat{V}^{-1} (I-Q)^{-1}}{P' [(A^F + Q \hat{V})]^{(\beta+1)} \hat{V}^{-1} (I-Q)^{-1} \iota}$$

Esta función es una aplicación de  $S_{2n}$  sobre sí mismo puesto que:

$$\left. \begin{array}{l} P' \in S_{2n} \\ \varphi(P') \in R^{2n, +} \\ \varphi(P') \iota = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi(P') \in S_{2n}$$

Por tanto  $\varphi(P')$  es una función continua que aplica de un conjunto no vacío, convexo y compacto sobre sí mismo, y podemos asegurar a partir del teorema de Brouwer (1909-1910) que posee un punto fijo. Es decir que existe un  $P'$  tal que  $\varphi(\bar{P}') = \bar{P}'$ .

Por tanto queda demostrada la existencia de un vector de precios semipositivo que satisface las condiciones de equilibrio especificadas en nuestro modelo para cualquier valor del parámetro  $\beta$ .

Dada la semipositividad de los precios se comprueba fácilmente en (II.b) la semipositividad de los tipos de beneficio, puesto que  $\alpha$  es siempre positivo.

Aseguremos ahora la estricta positividad de la solución sabiendo que al menos el precio de un bien es positivo. Si dicho bien es de consumo y/o intermedio tenemos que un bien básico tiene precio positivo. Entonces, puesto que los beneficios son no negativos, si un bien básico tiene precio positivo ocurre necesariamente que todos los bienes de la economía, que por definición se producen directa o indirectamente con ayuda de este bien, tienen precio positivo. Puesto que cada precio es igual a la suma de costos (todos no negativos y uno al menos positivo), más beneficios (todos ellos no negativos). Si por el contrario el bien de precio positivo es un bien de capital fijo, necesariamente alguno de sus

inputs, que son únicamente los bienes de consumo y/o intermedios, tiene precio positivo. Lo cual significa nuevamente por su condición de básico la positividad de todos los precios de la economía.

Estando ya asegurada la positividad estricta de todos los precios, de (II.b) se deduce de forma inmediata la de los tipos de beneficio, puesto que cada columna de  $(A^F + QV)$  tiene al menos un elemento positivo.

#### BIBLIOGRAFIA

- BAIN, J.S. (1956) *Barriers to New Competition*. Harvard University Press.
- GRILLO, M. (1976) "Introduzione di saggi del profitto differenti in uno schema di interdipendenza settoriali". *Giornali degli Economisti*.
- KALECKI, M. (1956) *Teoría de la Dinámica Económica*. F.C.E.
- MARTINEZ, C. (1981) "Competencia intercapitalista y mercados oligopolísticos: un modelo multisectorial". *Investigaciones Económicas* núm. 16.
- MARTINEZ, C. (1982) "Diferentes tipos de beneficio en modelos lineales de producción con capital fijo". *Cuadernos de Economía*, núm. 29.
- MORISHIMA, M. (1969) *The Theory of Economic Growth*. Oxford University Press.
- ZAGHINI, E. (1975) "Price Systems with a Nom-Uniform Profit-Rate". *Economic Notes* núm. 1.